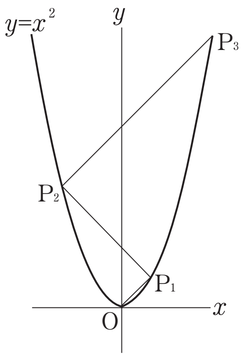
第20講・二乗に比例する関数⑤ 放物線と直線

例題 1

右の図のように，$y=x^2$ のグラフにおいて，OP_1，P_2P_3 の傾きが1，P_1P_2 の傾きが -1 となるように，P_1，P_2，P_3 をとるとき，次の問いに答えなさい。

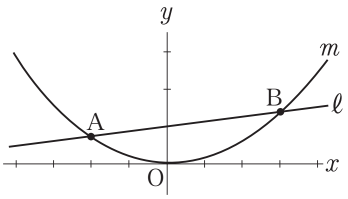


(1)　P_1，P_2，P_3 の座標を求めよ。

(2)　四角形 OP_1P_2Q が平行四辺形となるように点Qをとりたい。Qの座標を求めよ。

例題 2

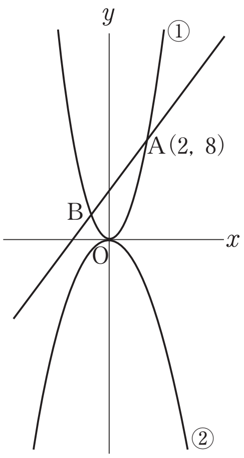
右図において，m は $y=ax^2$ のグラフを表す。a は定数である。A，B は m 上の点であり，その x 座標はそれぞれ -2，3 である。ℓ は2点 A，B を通る直線であり，ℓ と y 軸との交点の y 座標は1である。a の値を求めなさい。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 3

右図の①，②は，それぞれ関数 $y=ax^2(a>0)$，$y=-x^2$ のグラフであり，①は点 A(2，8) を通る。A を通り傾きが 2 の直線と①との交点のうち，A 以外の交点を B とする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　a の値を求めよ。

(2)　点 B の座標を求めよ。

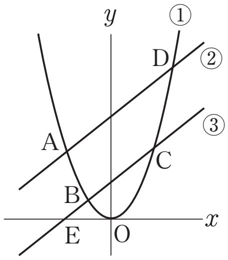
(3)　②上に異なる 2 点 P，Q をとり，AB∥PQ となるようにする。P，Q の x 座標をそれぞれ p，q とするとき，$p+q$ の値を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

20－1

右の図のように，放物線 $y=ax^2$…①と2直線 $y=\frac{1}{2}x+3$…②，$y=\frac{1}{2}x+k$（$0<k<3$）…③　がある。放物線①と直線②との交点をA，D，放物線①と直線③との交点をB，C，直線③と x 軸との交点をEとする。点Aの x 座標が -2 のとき，次の問いに答えなさい。



⑴　a の値を求めよ。

⑵　△ACDの面積が $\frac{25}{4}$ のとき，k の値を求めよ。

⑶　四角形AECDが平行四辺形になるとき，k の値を求めよ。

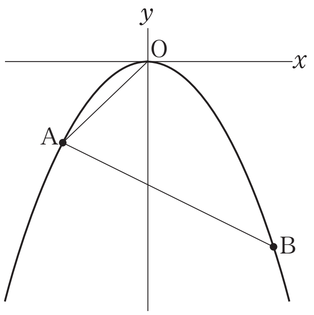
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第20講・確認テスト

[1]　右の図で，放物線は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフであり，2点 A，B はこの放物線上の点である。直線 OA の傾きが 1，直線 AB の傾きが $-\frac{1}{2}$ のとき，次の問いに答えなさい。

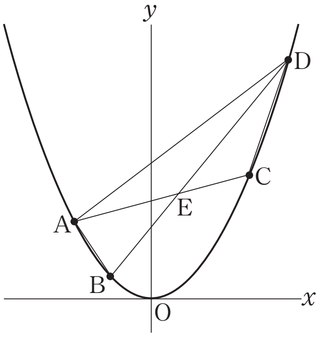


(1)　点 A の座標は（－［ア］，－［イ］）である。

(2)　点 B の座標は $\left(［ウ］,\ -\frac{［エ］}{［オ］}\right)$ である。

(3)　放物線上に点 P，Q をとり，PQ // AB となるようにする。P の x 座標を p，Q の x 座標を q とすると，$q=-p+$［カ］である。

[2]　右の図で，放物線は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。4点 A，B，C，D はこの放物線上の点であり，点 A，B の x 座標はそれぞれ -4，-2 で，直線 AD の傾きは $\frac{3}{4}$ である。また，△ABE＝△CDE である。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　点 D の座標は $\left(［キ］,\ \frac{［クケ］}{［コ］}\right)$ である。

(2)　点 C の座標は $\left(［サ］,\ \frac{［シス］}{［セ］}\right)$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第20講・二乗に比例する関数⑤ 放物線と直線

例題 1

(1)　$\mathbf{P_1(1,\ 1)}$　$\mathbf{P_2(-2,\ 4)}$　$\mathbf{P_3(3,\ 9)}$　　(2)　$\mathbf{(-3,\ 3)}$

解説

(1)　P_1 の x 座標を s とすると，$y=x^2$ で，x の値が 0 から s まで増加するときの変化の割合が，OP_1 の傾きの 1 に等しいから，$1\times(0+s)=1$　$s=1$　$P_1(1,\ 1)$となる。
以下，同様にして，P_2 の x 座標を t とすると，$1\times(t+1)=-1$　$t=-2$　$P_2(-2,\ 4)$
P_3 の x 座標を u とすると，$1\times(-2+u)=1$　　$u=3$　　$P_3(3,\ 9)$

例題 2

$\boldsymbol{a=\frac{1}{6}}$

解説

$A(-2,\ 4a)$，$B(3,\ 9a)$で，点$(0,\ 1)$は AB 上にあるから，$\frac{9a-4a}{3-(-2)}=\frac{9a-1}{3-0}$が成り立つ。これを解いて，$a=\frac{1}{6}$

例題 3

(1)　$\boldsymbol{a=2}$　　(2)　$\mathbf{(-1,\ 2)}$　　(3)　$\mathbf{-2}$

解説

(2)　B の x 座標を b とすると，$2(b+2)=2$ より，$b=-1$

(3)　$-(p+q)=2$ より，$p+q=-2$

20－1

(1)　$\boldsymbol{a=\frac{1}{2}}$　　(2)　$\boldsymbol{k=\frac{1}{2}}$　　(3)　$\boldsymbol{k=\frac{5-\sqrt{5}}{2}}$

解説

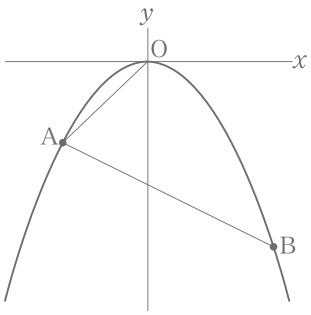
(2)　D の x 座標を d とすると，$\frac{1}{2}(-2+d)=\frac{1}{2}$より，$d=3$
③のグラフと y 軸との交点を P とすると，$P(0,\ k)$
AD∥BC より，△ACD＝△APD だから，$\frac{1}{2}(3-k)\{3-(-2)\}=\frac{25}{4}$　　$k=\frac{1}{2}$

(3)　$E(-2k,\ 0)$　　AD∥EC，AD＝ECより，Eから右へ5，上へ$\frac{5}{2}$進めばCに至るから，$C\left(-2k+5,\ \frac{5}{2}\right)$　　これを $y=\frac{1}{2}x^2$に代入。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第20講・確認テスト

[1]　右の図で，放物線は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフであり，2点A，Bはこの放物線上の点である。直線OAの傾きが1，直線ABの傾きが $-\frac{1}{2}$ のとき，次の問いに答えなさい。

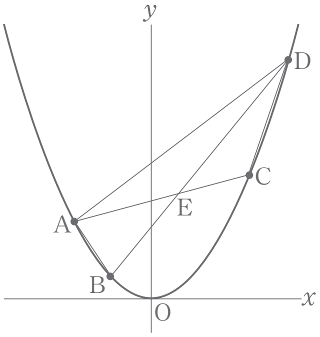


(1)　点Aの座標は（－[ア]，－[イ]）である。

(2)　点Bの座標は $\left([ウ], -\frac{[エ]}{[オ]}\right)$ である。

(3)　放物線上に点P，Qをとり，PQ // ABとなるようにする。Pの x 座標を p，Qの x 座標を q とすると，$q=-p+$[カ]である。

[2]　右の図で，放物線は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。4点A，B，C，Dはこの放物線上の点であり，点A，Bの x 座標はそれぞれ－4，－2で，直線ADの傾きは $\frac{3}{4}$ である。また，△ABE＝△CDEである。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　点Dの座標は $\left([キ], \frac{[クケ]}{[コ]}\right)$ である。

(2)　点Cの座標は $\left([サ], \frac{[シス]}{[セ]}\right)$ である。

解答

[1]　ア　2　　イ　2　　ウ　3　　エ　9　　オ　2　　カ　1

[2]　キ　7　　ク　4　　ケ　9　　コ　4　　サ　5　　シ　2　　ス　5　　セ　4

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

[1]

(1)　点Aのx座標をaとすると，$-\frac{1}{2}(0+a)=1$より，$a=-2$

$y=-\frac{1}{2}x^2$に$x=-2$を代入して，$y=-2$

(2)　点Bのx座標をbとすると，$-\frac{1}{2}(-2+b)=-\frac{1}{2}$より，$b=3$

$y=-\frac{1}{2}x^2$に$x=3$を代入して，$y=-\frac{9}{2}$

(3)　$-\frac{1}{2}(p+q)=-\frac{1}{2}$より，$p+q=1$　よって，$q=-p+1$

[2]

(1)　Dのx座標をdとすると，$\frac{1}{4}(-4+d)=\frac{3}{4}$より，$d=7$

$y=\frac{1}{4}x^2$に$x=7$を代入して，$y=\frac{49}{4}$

(2)　△ABE＝△CDEより，△ABD＝△ACDだから，BC // ADである。

よって，Cのx座標をcとすると，$\frac{1}{4}(-2+c)=\frac{3}{4}$より，$c=5$

$y=\frac{1}{4}x^2$に$x=5$を代入して，$y=\frac{25}{4}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。